

University of East Sarajevo
Mathematical Society of the Republic of Srpska

**5th MATHEMATICAL CONFERENCE
OF THE REPUBLIC OF SRPSKA**

**BOOK OF ABSTRACTS
Trebinje, 05-06 June 2015**

Trebinje, 2015

**PETA MATEMATIČKA KONFERENCIJA
REPUBLIKE SRPSKE**

KNJIGA REZIMEA

Izdavač:

Fakultet za proizvodnju i menadžment Trebinje
Univerzitet u Istočnom Sarajevu

Za izdavača:

Prof. dr Dušan Jokanović

Glavni urednik:

Prof. dr Milenko Pikula

Tehnički urednik i kompjuterski slog:

Marina Milićević

Lektura i korektura:

Tamara Dursun

Štampa:

”Grafokomerc” a. d. Trebinje

Tiraž:

300

Trebinje, 2015.

COBISS.RS-ID 5058328
ISBN 978-99976-600-5-3

PLENARNO PREDAVANJE

PROFESOR STEVO TODORČEVIĆ

Univerzitet u Torontu (Toronto)

Matematički institut SANU (Beograd)

Nacionalni centar za naučna istraživanja (Pariz)

REZULTATI I PRIMENE TEORIJE RAMSEJA

Apstrakt

Predavanje će obuhvatiti više različitih oblasti teorije Ramseja. Prednost će biti data novijim oblastima te teorije, a naročito oblastima koje su našle primene u ostalim domenima matematike.

SEKCIJA ZA ALGEBRU I GEOMETRIJU

Žarko Mijajlović

State University of Novi Pazar, Serbia

ON GEOMETRICAL INVARIANTS AND PHYSICAL LAWS

Abstract

Many authors, e.g. Francis Bacon, Richard Feynman and John Barrow, found common properties of a general notion of a physical law. Here we discuss from a methodological and foundational point of view these properties and the meaning of this notion. We believe that for a well posed physical theory T corresponds a geometrical space S which models this theory. Then the physical laws to which the theory T refers are simply physically interpreted geometrical invariants under the group of isometries of the space S . We illustrate this idea on the special theory of relativity STR and the Minkowski space. We show that there is an analogy between the euclidian space (orthogonal transformations) and Minkowski space (Lorenz transformations) in finding invariants. Then we infer in this way some basic physical laws of STR, including relativistic red shift.

Vladimir Dragović

Matematički institut SANU

UVOD U PSEUDABILNOST: GEOMETRIJSKI, ARITMETIČKI I DINAMIČKI ASPEKTI

Apstrakt

Predavanje je bazirano na nedavnim radovima:

1. Dragović, Vladimir; Radnović, Milena; Periods of Pseudo-Integrable Billiards. *Arnold Math. J.* 1 (2015), no. 1, 69-73.
2. Dragović, Vladimir: Pencils of conics and biquadratics, and integrability. *Topology, geometry, integrable systems, and mathematical physics*, 117-140, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, 234, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2014.

3. Dragović, Vladimir; Radnović, Milena Pseudo-integrable billiards and arithmetic dynamics. J. Mod. Dyn. 8 (2014), no. 1, 109-132.
4. Dragović, Vladimir; Radnović, Milena Bicentennial of the great Poincaré theorem (1813-2013): current advances. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 51 (2014), no. 3, 373-445

Svjetlana Terzić

Faculty of Science, University of Montenegro
Dzordza Vasingtona bb, 81000 Podgorica, Montenegro

THE CANONICAL ACTION OF THE COMPACT TORUS ON THE GRASSMANN MANIFOLDS

Abstract

We consider the canonical action of the compact torus T^n on the complex Grassmann manifold $G_{n,k}$. These manifolds appear as the basic examples in the theory of $(2n, k)$ -manifolds which we have been recently developing. In that context there is the classical moment map $\mu : G_{n,k} \rightarrow \mathcal{R}^k$, defined in general by Kirwan, which is T^n invariant and whose image is the hypersimplex $\Delta_{n,k}$. Moreover, Grassmann manifold admits differentiable atlas defined by the Pücker coordinates. These enables us to define the admissible spaces and admissible polytopes for $G_{n,k}$ and to show that they satisfy all properties which set up $(2n, k)$ -manifolds. The admissible spaces are invariant under the action of T^n and glue together to give $G_{n,k}$. We show that the admissible spaces coincide with the strata defined in algebraic geometry by Gel'fand, Serganova, Goresky, MacPherson which correspond to the action of the algebraic torus $(\mathbb{C}^*)^n$ extending the action of the compact torus T^n . All together this leads to the explicit description of the admissible spaces and their orbit spaces. In smaller dimensions we are able to describe explicitly the gluing of the orbit spaces of admissible spaces which leads to the description of the orbit space of the corresponding Grassmann manifold.

The talk is based on the joint results with Victor M. Buchstaber.

Zoran Rakić

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Serbia

$F_q[M_n]$, $F_q[GL_n]$ and $F_q[SL_n]$ as Quantized Universal Enveloping Algebras

Abstract

This lecture is based on joint work with Fabio Gavarini, University Tor Vergata, Rome, Italy

The first part of the lecture is an introduction to the problem which we studied. The notions such are Hopf algebra, quantum group, quantum function algebra, quantum Frobenius morphism, are given. Some of the basic examples are provided.

In the second part we considered the quantum function algebra $F_q[GL_n]$, and study the subset

$$\mathcal{F}_q[GL_n] := \left\{ f \in F_q[GL_n] \mid \langle f, \mathcal{U}_q(\mathfrak{gl}_n) \rangle \subseteq \mathbb{Z}[q, q^{-1}] \right\},$$

of all elements of $F_q[GL_n]$ which are $\mathbb{Z}[q, q^{-1}]$ -valued when paired with $\mathcal{U}_q(\mathfrak{gl}_n)$, the unrestricted $\mathbb{Z}[q, q^{-1}]$ -integral form of $U_q(\mathfrak{gl}_n)$ introduced by De Concini, Kac and Procesi. In particular we obtain a presentation of it by generators and relations, and a PBW-like theorem. Moreover, we give a direct proof that $\mathcal{F}_q[GL_n]$ is a Hopf subalgebra of $F_q[GL_n]$, and that $\mathcal{F}_q[GL_n] \Big|_{q=1} \cong U_{\mathbb{Z}}(\mathfrak{gl}_n^*)$. We describe explicitly its specializations at roots of 1, say ε , and the associated quantum Frobenius (epi)morphism from $\mathcal{F}_\varepsilon[GL_n]$ to $\mathcal{F}_1[GL_n] \cong U_{\mathbb{Z}}(\mathfrak{gl}_n^*)$. The same analysis is done for $\mathcal{F}_q[SL_n]$ and (as key step) for $\mathcal{F}_q[M_n]$.

Stana Nikčević-Simić
Univerzitet u Beogradu

E. Garcia-Rio
Univerzitet u Beogradu

P. Gilkey
Univerzitet u Beogradu

LORENTZIAN THREE-MANIFOLDS WITH RECURRENT CURVATURE

Abstract

k -Curvature homogeneous three-dimensional Walker metrics are described for $k \geq 2$. This allows a complete description of locally homogeneous three-dimensional Walker metrics, showing that there exists exactly three isometry classes of such manifolds. As an application one obtains a complete description of all locally homogeneous Lorentzian manifolds with recurrent curvature. Moreover, potential functions are constructed in all the locally homogeneous manifolds resulting in steady gradient Ricci and Cotton solitons.

Aleksandar Krapež, Zoran Petrić

Matematički institut Srpske akademije nauka i umjetnosti

SEMISIMETRIZACIJA KVAZIGRUPA

Apstrakt

Homotopija između kvazigrupa $(Q; \cdot, /, \backslash)$ i $(R; \cdot, /, \backslash)$ je zadata trojkom preslikavanja $(f_1: Q \rightarrow R, f_2: Q \rightarrow R, f_3: Q \rightarrow R)$ takvih da je

$$f_1(x) \cdot f_2(y) = f_3(x \cdot y).$$

Na predavanju će biti reči o mogućnostima utapanja kategorije kvazigrupa čiji su morfizmi homotopije u kategoriju semisimetričnih kvazigrupa.

2010 Mathematics Subject Classification: 20N05, 18A40

Keywords: semisimetrične kvazigrupe, homotopija, utapanje, adjunkcija

Dorđe Baralić and Rade Živaljević
Mathematical Institute SASA Belgrade

EXTENDING KKM AND LEBESGUE THEOREMS

Abstract

Knaster-Kuratowski-Mazurkiewicz and Lebesgue theorems are famous theorems of analysis, topology and combinatorics. We prove new versions of the theorems including classical cases of cube and simplex as a very special case. Theorems hold for the class of simple polytopes with low chromatic number. In our proof we use toric topology methods.

Jelena Škorić

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

Aleksandar Lipkovski

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet

GRAFOVI KONAČNIH PRSTENA: NEKI NOVI REZULTATI

Apstrakt

U radovima [1], [2] jednog od autora uveden je jedan novi način pridruživanja usmerenog grafa konačnom prstenu. Naime, datom konačnom prstenu A može se dodeliti graf $G(A)$ koji pamti operacije sabiranja i množenja u prstenu:

$$A \mapsto G(A) = V, E$$

$$V = A^2$$

$$E = \{(a, b) \rightarrow (a + b, ab)\}$$

Primećena je pojava ciklova u dobijenim grafovima i veliki napor je uložen u razjašnjavanje razloga postojanja ovih ciklova. Prvi sledeći rezultati dobijeni su u disertacijama doktoranata Matematičkog fakulteta, saopštavani u [3] i objavljeni u [4]. Korišćenjem računara, određene su neke značajne karakteristike grafova prvih 200 prstena ostataka Z_n , kao što su broj i dužina maksimalnih ciklova i dužina najdužeg puta. U ovom saopštenju biće prikazani dalji rezultati, dobijeni generalizacijom početnog pridruživanja usmerenog grafa konačnom prstenu na n -dimenzionalni slučaju elementarnih simetričnih funkcija više promenljivih

$$(a_1, \dots, a_n) \rightarrow (\sigma_1(a), \dots, \sigma_n(a))$$

kao i detaljnijim uvidom u algebarske identitete koji se tom prilikom javljaju.

Dušan Jokanović

University of East Sarajevo, Production and Management Faculty
Trebinje

BAER CONDITION UNDER VARIOUS RING EXTENSIONS

Abstract

In this paper R denotes an associative ring with identity and $\alpha : R \rightarrow R$ denotes a non identity endomorphism of a given ring, and δ is an α -derivation of R . We also denote by $R[x; \alpha, \delta]$ for Ore extension of a ring R . We consider the relation between Baer and quasi Baer property of ring R and corresponding ring extensions such as polynomial, formal skew power series, Laurent series and those of matrix type. We shall also approach relation between Baer rings and rigid rings.

Nela Milošević

Univerzitet Donja Gorica

**INDEPENDENCE COMPLEXES OF COMAXIMAL
GRAPHS OF COMMUTATIVE RINGS WITH IDENTITY**

Abstract

In this paper we study topology of the independence complexes of co-maximal graphs of commutative rings with identity and show that this complex is either contractible or homotopy equivalent to sphere.

Katarina Kukić

Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet

Vladimir Dragović

Matematički institut SANU

**VEZA IZMEĐU DISKRIMINANTNO SEPARABILNIH
POLINOMA I KVAD-JEDNAČINA**

Apstrakt

Pod diskriminantno separabilnim polinomima stepena dva po svakoj od tri promenljive podrazumevamo polinome čije se diskriminante faktorišu kao proizvodi dva polinoma jedne promenljive. Predstavićemo klasifikaciju takvih polinoma zasnovanu na rasporedu nula polinoma jedne promenljive koji se pojavljuju u faktorizaciji diskriminante. Klasifikaciju povezujemo sa klasifikacijom pramenova konika, kao i sa klasifikacijom integrabilnih kvad-jednačina datom u radovima Adlera, Bobenka i Surisa. Takođe ćemo za odabrane polinome prikazati njima odgovarajuće kvad-jednačine i pomenuti par integrabilnih mehaničkih sistema koji se integrale koristeći osobine diskriminantno separabilnih polinoma. Predstavljeni rezultati su dobijeni u saradnji sa Vladimirom Dragovićem.

Nenad Stojanović

Visoka medicinska škola, Prijedor

**DIOFANTOVE JEDNAČINE I PARKETIRANJE RAVNI SA
DVIJE VRSTE POLUPRAVILNIH POLIGONA**

Apstrakt

U radu je razmatran problem parketiranja ravni sa dvije vrste polupravilnih poligona i odgovarajućih linearnih Diofantovih jednačina. Posebno je kao primjer razmatran slučaj parketiranja ravni kada je jedan polupravilni poligon četverougao, a drugi polupravilni šestougao. Analizirana je odgovarajuća linearna Diofantova jednačina sa četiri nepoznate, za koju je određen skup nenegativnih rješenja.

Đorđe Baralić

Mathematical Institute SASA Belgrade

Vladimir Grujić

Faculty of Mathematics Belgrade

**COLORINGS OF SIMPLE POLYTOPES AND TOPOLOGY
OF TORIC MANIFOLDS**

Abstract

In the contribution we present some of the newest results in topology of quasitoric manifolds arising from the pure combinatorial properties of the corresponding orbit polytopes. In a large class of simple polytopes P^n with the lowest chromatic number we construct a special class of quasitoric manifolds having high nontrivial dual Stiefel-Whitney class causing the obstruction to immersions and embeddings into Euclidean spaces of dimension smaller than $2n - 1$.

Marko Ćitić

Filozofski fakultet Pale

Vidan Govedarica

Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo

**OPTIMIZACIJA POVRŠINE U KONVEKSNIM
CJELOBROJNIM ŠESTOUGLOVIMA**

Apstrakt

Cjelobrojan trougao nazivamo fundamentalnim ako mu je površina jednaka $\frac{1}{2}$. U radu se najprije određuje klasa konveksnih cjelobrojnih šestouglova kod kojih su svi granični trouglovi fundamentalni. Pokazuje se da se ova klasa poklapa sa klasom konveksnih cjelobrojnih šestouglova sa minimalnim zbirom površina graninih trouglova. Zatim se razmatraju još neke klase konveksnih cjelobrojnih šestouglova i problemi optimizacije površine na ovim klasama.

SEKCIJA ZA ANALIZU

Viacheslav Yurko

Saratov State University

**INVERSE SPECTRAL PROBLEMS FOR SYSTEMS OF
DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH SINGULARITIES**

Abstract

We study inverse spectral problems for ordinary differential equations with regular singularities on compact star-type graphs when differential equations have different orders on different edges. As the main spectral characteristics we introduce and study the so-called Weyl-type matrices which are generalizations of the Weyl function for the classical Sturm-Liouville operator. We provide a procedure for constructing the solution of the inverse problem and prove its uniqueness.

Miodrag Mateljević

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Serbia

**ISOPERIMETRIC-TYPE INEQUALITIES FOR
SUBHARMONIC FUNCTIONS AND RELATED PROBLEMS**

Abstract

In this note we prove various versions of isoperimetric inequality of two types (i) for the polydisk related to recent work of M. Marković and (ii) for the capacity. We also outline a few simple proofs of the isoperimetric inequality related to our previous papers and give short review of known results using some novelty.

Miljan Knežević

Faculty of Mathematics, University of Belgrade, Serbia

**A NOTE TO THE THEOREM OF WAN FOR HARMONIC
QUASICONFORMAL SELF DIFFEOMORPHISMS OF THE
UNIT DISK**

Abstract

We give a new view to the theorem of Wan which is related to the hyperbolic bi-Lipschicity of the K -quasiconformal, $K \geq 1$, hyperbolic harmonic mappings of the unit disk \mathbb{D} onto itself. Especially, if f is such a mapping and $f(0) = 0$, we obtained that the following double inequality is valid $2|z|/(K+1) \leq |f(z)| \leq \sqrt{K}|z|$, whenever $z \in \mathbb{D}$. Also, we obtained a similar inequalities for quasiconformal Euclidean harmonic mappings between various domains.

Zlatko Lazović

Faculty of Mathematics Belgrade

**THE SPACE OF OPERATOR VALUED FUNCTIONS SEEN
AS HILBERT H^* -MODULE**

Abstract

Let $L_G^2(\Omega, d\mu, C_1)$ be a space of weakly*-measurable functions $\mathcal{F} : \Omega \rightarrow B(H_1)$ on measure space (Ω, Σ, μ) , where for every $\mathcal{F} \in L_G^2(\Omega, d\mu, C_1)$ the function $\mathcal{F}^*\mathcal{F}$ is Gel'fand integrable and $\int_{\Omega} \mathcal{F}^*\mathcal{F} d\mu$ is a nuclear operator on Hilbert space H_1 . Then $L_G^2(\Omega, d\mu, C_1)$ can be seen as a Hilbert H^* -module. Hence there exists an orthonormal basis.

Branko Sarić, Esad Jakupović

Apeiron University, Banja Luka, Bosnia and Herzegovina

ON AN INTEGRAL AS AN INTERVAL FUNCTION

Abstract

Based on the total integrability we first define an integral of a real valued function f as an interval function associated to its antiderivative F . By introducing the concept of the residue of a function into the real analysis, the relationship between the integral so defined and the generalized *Riemann* integral is established.

Elmir Čatrnja

Nastavnički fakultet Univerziteta "Džemal Bijedić" Mostar

Milenko Pikula

Filozofski fakultet Pale

ASIMPTOTIKA KARAKTERISTIČNE FUNKCIJE STURM-LIOUVILLOVOG PROBLEMA SA KONSTANTNIM PRETICANJEM

Apstrakt

Posljednjih godina objavljen je veliki broj radova koji se bave Sturm-Liouvilleovim problemima sa različitim vrstama kašnjenja, kao i obrnutim Sturm-Liouvilleovim problemima, pri različitim graničnim uslovima. Mi u ovom radu posmatramo Sturm-Liouvillov problem sa konstantnim preticanjem sa Dirichletovim graničnim uslovima, te dajemo prikaz karakteristične funkcije tog problema preko proizvoda, a nakon toga posmatramo i asimptotsko ponašanje te karakteristone funkcije, što predstavlja osnovu za analizu obrnutog problema i njegovo rješavanje.

Milojica Jaćimović, Nevena Mijajlović

Department of Mathematics, University of Montenegro, Podgorica

SOLVING OF QUASIVARIATIONAL INEQUALITIES

Abstract

In our talk we will consider quasi-variational inequality:

find $x_* \in C(X_*)$ such that

$$(QVI) \quad \langle F(x_*), y - x_* \rangle, \forall y \in C(x_*),$$

where $F : H \mapsto H$ is an operator of a Hilbert space H and $C : H \rightarrow 2^H$ is a multifunction with nonempty closed and convex values. For $C(x) = C \subseteq H$ we have variational inequality

$$(VI) \quad \text{find } x \in C : \langle F(x_*), y - x_* \rangle, \forall y \in C.$$

It is very known (in case of (VI)) that if $F(x) = f'(x)$ is potential operator, then (1) can be understand as a necessary condition of optimality in the problem of minimization of the function f on C .

For example, if case $F(x) = c \in R^n$ and $C = \{x \in R^n : Ax \leq b, Bx = d\}$ problem (1) is a linear programming problem.

As a consequence, the theory, as well as solution methods of the variational inequality, have been well documented in the literature.

Generalization of variational inequalities in the form of quasivariational inequalities appeared in 1973. (A. Bensoussan, M. Goursat, J.-L. Lions. Controle impulsionnel et inequations quasivariationnelle. Compte rendu de l'Academie des Sciences Paris, Serie A 276, 1279-1284 (1973)) in context of impulse control.

In recent years the theory of quasi-variational inequalities attracted a growing attention. This theory includes variational inequalities and many others important problems of interest as particular cases and it provides a mathematical tools for studying a wide range of the problems of theory of games, equilibrium programming, structural mechanics. For instance, quasi-variational inequalities can be used to formulate the generalized Nash game in which each player strategy set depends on the other players strategies, not only on his payoff function.

Let us note that from the point of theory of existence and solution methods, quasi-variational inequalities do not have an extensive literature. The reason is because quasi-variational inequalities require simultaneously solving of variational inequality and fixed point problem. As a consequence, we have that the theory of quasivariational inequalities contains many questions to be answered. For example, the solution methods of variational inequalities are not always convenient (and they can not be adapted) for solving quasi-variational inequalities. In our talk we will present some recently developed methods for solving quasivariational inequalities and theorems concerning the existence and uniqueness of their solutions. By some example and these theorems, it will be clear that the conditions which guarantees the existence and uniqueness of the solutions must be very restrictive.

Miodrag Mateljević, Marek Svetlik i Miljan Knežević

Mathematical Faculty
Beograd, Serbia

A NOTE ON HYPERBOLIC LENGTH AND DISTANCE

Abstract

In this note we give a new approach for understanding various formulae related to the hyperbolic length and distance in the settings of the Poincare disc model. Also, we discuss the way about the appearance of these topics in literature.

Nebojša Elez, Ognjen Papaz

Filozofski fakultet Pale

Jedno uopštenje kompaktnih i povezanih prostora

Apstrakt

U radu se daje jedno uopštenje kompaktnih i povezanih topoloških prostora. Naime, kompaktni i povezani prostori imaju slične osobine da su kao i klase zatvoreni u odnosuna topološki proizvod i neprekidnu sliku. Posmatrani prostori u radu su minimalna klasa topoloških prostora koja sadrži kompaktne i povezane prostore i ima navedene osobine. To je dokazano u slučaju potprostora realne prave. Takođe su date i druge osobine i karakterizacije posmatranih prostora.

Vesna Mišić

University of East Sarajevo - Faculty of Transport and Traffic Engineering
Vojvode Mišića 52, 53000 Doboj, Bosnia and Herzegovina

Ivan Arnađelović

University of Belgrade - Faculty of Mechanical Engineering
Kraljice Marije 16, 11000 Beograd, Serbia

ON CONE SYMMETRIC FIXED POINT THEORY

Abstract

In 2011 S. Radenovic and Z. Kadelburg have introduced the concept of cone symmetric space. In this talk we present one simple and unified approach to the fixed point results on cone symmetric spaces

Snježana Maksimović

Faculty of Electrical Engineering, University of Banja Luka
Patre 5, 78000 Banja Luka, Bosnia and Herzegovina

Stevan Pilipović

Faculty of Sciences and Mathematics, University of Novi Sad
Trg D. Obradovica 4, 21000, Novi Sad, Serbia

Petar Sokoloski

Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sts. Cyril
and Methodius
Gazi Baba bb, 1000, Skopje, Macedonia

SEQUENTIAL APPROACH TO PERIODIC ULTRADISTRIBUTIONS

Abstract

We introduce the concept of p - s -fundamental sequences of smooth functions partitioned into equivalence classes which we call periodic s -ultradistributions. The spaces formed by these classes will be denoted as $\mathcal{U}'_{per,*}$, where $*$ = $(p!^t)$ or $*$ = $\{p!^t\}$, $t > 1$. We show that there exists an isomorphism between the spaces $\mathcal{U}'_{per,*}$ and $\mathcal{A}'_{per,*}$, where $\mathcal{A}'_{per}^{(t)}$ and $\mathcal{A}'_{per}^{\{t\}}$ are Beurling and Roumieu spaces of periodic ultradistributions.

Dragana D. Nedić

Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Saobraajni fakultet Doboj

Ismet Kalčo

Politehnički fakultet Univerziteta u Zenici

**Transformacija karakterističnih funkcija i asimptotika
sopstvenih vrijednosti operatora D_{01}^2 i D_{10}^2**

Apstrakt

Neka je dat diferencijalni izraz

$$l(y) : -y''(x) + q(x)y(\alpha x), q \in L_1[0, \pi], \alpha \in (0, 1)$$

Granični zadatak

$$\begin{aligned} l(y) &= \lambda y \\ y(0) &= y'(\pi) = 0 \end{aligned}$$

označavamo sa

$$D_{01}^2(y) = \lambda y$$

Granični zadatak

$$l(y) = \lambda y$$

$$y'(0) = y(\pi) = 0$$

označavamo sa $D_{10}^2(y) = \lambda y$.

U radu su konstruisane karakteristične funkcije operatora D_{01}^2 i D_{10}^2 i izvršene su djelimične transformacije tih funkcija. Potom su nađene asimptotike nula tih funkcija kao i asimptotike sopstvenih vrijednosti gornjih operatora.

Biljana Vojvodić

Ministry of Science and Technology of the Republic of Srpska, Banja
Luka, Republic of Srpska, Bosnia and Hercegovina

Milenko Pikula

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy East Sarajevo,
Republic of Srpska, Bosnia and Hercegovina

Nataša Pavlović

University of East Sarajevo, Faculty of Philosophy East Sarajevo,
Republic of Srpska, Bosnia and Hercegovina

**CHARACTERISTIC FUNCTION AND ASYMPTOTICS OF
EIGENVALUES FOR STURM-LIOUVILLE DIFFERENTIAL
OPERATOR WITH TWO DELAYS**

Abstract

This paper deals with the boundary value problem for the operator Sturm-Liouville type with two constant delays, $L(q_1(x), q_2(x), \tau_2, \tau_1)$:

$$-y''(x) + q_1(x)y(x - \tau_1) + q_2(x)y(x - \tau_2) = \lambda y(x), \tau_2 < \tau_1 < \pi,$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

By the method of successive approximation we construct the solution and then determine the characteristic function of the boundary value problem. The main result of this paper is related to the existence and asymptotic behavior of the eigenvalues. We prove that zeros of the characteristic function for $n \rightarrow \infty$ have asymptotic behavior

$$z_n = n + \frac{C_1(n)}{n} + \frac{C_2(n)}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

and determine sequences $C_1(n)$ and $C_2(n)$.

Nikita Shekutkovski

University of St. Cyril and Methodius, Faculty of Natural Sciences and
Mathematics, Institute of Mathematics, Skopje, R. Macedonia

INTRINSIC SHAPE: APPLICATIONS TO DYNAMICAL SYSTEMS

Abstract

For investigation of objects that appear in Dynamical systems, like attractors, various types of limit sets, it seems that classification by homotopy type is not adequate, since their local structure could be very complicated. Studying their shape properties is more appropriate. The intrinsic approach from [1], is shown to be very applicable tool ([2], [4]). Some of obtained results will be presented.

Radica Bojčić

Ekonomski fakultet Univerziteta u Kosovskoj Mitrovici

OSCILATORNOST POLULINEARNE DIFERENCIJALNE JEDNAČINE SA KAŠNJENJEM

Apstrakt

U zadnjoj deceniji prošlog veka učinjen je značajan napredak u utvrđivanju kvalitativne sličnosti rešenja linearne diferencijalne jednačine drugog reda (L):

$$(p(t)x'(t)) + q(t)x(t) = 0$$

i polulinearne diferencijalne jedneine (HL):

$$[p(t)|x'(t)|^{\alpha-1}x'(t)] + q(t)|x(t)|^{\alpha-1}x(t) = 0 \quad \alpha > 0$$

i to posebno u oblasti oscilatornih svojstava rešenja ovih jednačina. Nerednu deceniju su obeležila istraživanja posvećena uopštavanju poznatih kriterijuma oscilatornosti i neoscilatornosti na polulinearnu diferencijalnu

jednačinu sa kašnjenjem (RHL) oblika:

$$[p(t)|u'(t)|^{\alpha-1}u'(t)]' + q(t)|u(\tau(t))|^{\alpha-1}u(\tau(t)) = 0$$

pod odgovarajućim pretpostavkama za koeficijente $p(t), q(t)$, funkciju kašnjenja $\tau(t)$ i parametar α . Originalni doprinos tom istraživanju na pomenutu temu predstavljen je u ovom radu.

Vladimir Vladičić

Filozofski fakultet Univerziteta u Istočnom Sarajevu

ODREĐIVANJE SIMETRIČNE PRELAZNE FUNKCIJE OPERATORA SA KONSTANTNIM KAŠNJENJEM

Apstrakt

U ovom radu izučavamo linearni diferencijalni operator generisan sa:

$$A : D \rightarrow L^2[0, \pi]; A(y) := -y'' + q(x)y(x - \tau); \tau \in (0, \pi/2), q \in L^2[0, \pi],$$

$$q(x) = q((\pi + \tau)/2 - x), \forall x \in (\tau(\pi + \tau)/2)$$

gdje je

$$D = \{y | y : [0, \pi] \rightarrow R, y'' \in L^2[0, \pi], y(0) = y(\pi) = 0\}.$$

Ustvari, izučavamo granični zadatak $Ay = \lambda y$, gdje je λ spektralni parametar. Poznato je da je spektar ovog operatora prebrojiv skup. Glavni rezultat ovog rada je konstrukcija parametara operatora tj, potencijala q i kašnjenja τ na osnovu spektra ovog operatora. Primjenjena je nova metoda Furijeovih redova koja se pokazala efikasnom za razne tipove otklona, ali i u slučaju klasičnog Šturm-Liuvilovog operatora.

Milenko T. Pikula

Filozofski fakultet, Pale, Republika Srpska, Bosna i Hercegovina

Olivera R. Marković

Učiteljski fakultet, Užice, Univerzitet u Kragujevcu, Srbija

Ismet S. Kalčo

Polithenički fakultet, Univerzitet u Zenici, Bosna i Hercegovina

**O JEDNOJ KLASI CIJELIH FUNKCIJA
EKSPONENCIJALNOG TIPA VEZANOJ ZA OPERATOR
TIPA ŠTRUM-LIUVILA**

Apstrakt

Sopstvene vrijednosti graničnog zadatka

$$-y''(x) + q(x)y(\tau(x)) = \lambda y(x), q \in L^2[0, \pi]$$

$$y(\tau(x)) = \phi(\tau(x)), \tau(x) \notin [0, \pi]$$

$$y'(0) - hy(0) = 0, h \in \bar{R}$$

$$y'(\pi) - Hy(\pi) = 0, H \in \bar{R}$$

pri $\tau(x) \notin [0, \pi]$ $x \in E_0$ gde je E_0 skup vrednosti argumenata x za koje $\tau(x)$ ne pripada segmentu $[0, \pi]$ ili je $\tau(x) = x \forall x \in [0, \pi]$ su kvadrati nula cijelih funkcija koje nazivamo funkcije klase S . Ustvari ako je $\tau(x)$ funkcija kašnjenja skup E_0 je početni skup, a ukoliko je $\tau(x)$ funkcija preticanja tada je E_0 završni skup. Mi izučavamo te funkcije sa stanovišta njihovog značaja pri rješavanju inverznih zadataka metodom Furijeveg reda. Ovu metodu su njeni autori M. Pikula i V. Vladičić promovisali na Drugoj matematičkoj konferenciji Republike Srpske.

SEKCIJA ZA PRIMIJENJENU MATEMATIKU

Miodrag Spalević, Aleksandar Pejčev

Faculty of Mechanical Engineering Belgrade

**THE ERROR BOUNDS OF GAUSS-RADAU QUADRATURE
FORMULAE WITH BERNSTEIN-SZEGO WEIGHT
FUNCTIONS**

Abstract

We consider the Gauss-Radau quadrature formulae

$$\int_{-1}^1 f(t)w(t) dt = \sum_{\nu=1}^n \lambda_{\nu} f(\tau_{\nu}) + \lambda_{n+1} f(c) + R_n(f),$$

with $c = -1$ or $c = 1$, for the Bernstein-Szegő weight functions consisting of anyone of the four Chebyshev weights divided by the polynomial $\rho(t) = 1 - \frac{4\gamma}{(1+\gamma)^2} t^2$, $t \in (-1, 1)$, $-1 < \gamma \leq 0$. For analytic functions the remainder term of this quadrature formula can be represented as a contour integral with a complex kernel. We study the kernel, on elliptic contours with foci at the points ∓ 1 and a sum of semi-axes $\rho > 1$, for the given quadrature formula. Starting from the explicit expression of the kernel, we determine the locations on the ellipses where maximum modulus of the kernel is attained. So we derive effective error bounds for this quadrature formula. An alternative approach, which has initiated this research, has been proposed recently by S. Notaris.

Lidija Krstanović, Ratko Obradović, Nebojša M. Ralević

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

**APROKSIMACIJA KL-DIVERGENCE IZMEĐU GMM I
PRIMENE**

Apstrakt

Bitnu ulogu u prepoznavanju oblika igra sličnost, odnosno rastojanje između Gausovih smeša (GMM). Primene prepoznavanja oblika u kojima se koristi upoređivanje GMM su raznolike, npr. prepoznavanje govora,

teksture, poređenje slika... Za potrebe takvih primena često se koriste KL-divergenca, za koju ne postoji zatvorena forma za njeno izračunavanje nego samo aproksimacija. Durrieu, Thiran i Kelly predlažu gornju i donju granicu za KL-divergencu, što vodi njenoj aproksimaciji, koju oni primenjuju na prepoznavanje govora. Goldberger, Gordon, Greenspan predlažu dva druga metoda za aproksimaciju KL-divergence bazirana na poređenju gustina GMM, koje primenjuju na prepoznavanje slika. Rubner, Tomasi, Guibas uvode Earth Mover Distance (EMD) da bi odredili sličnost, odnosno rastojanje između GMM. Ovi autori ukazuju na mnoge prednosti EMD-a poredeći osobine histograma. Njeni potencijali nisu do kraja istraženi, pa zato uvode SR-EMD baziranu na EMD uvođenjem sparse osobina, koja je mnogo efikasnija i robusnija. Goh i Vidal uvode nov algoritam za klastrovanje podataka dobijenih iz višedimenzionalnih podmnogostrukosti Rimanovih površi. Metod je jednostavan za primenu. Rukovođeni ovom idejom razmatramo efikasniju i noviju meru sličnosti između GMM-ova smanjenjem dimenzionalnosti višedimenzionalnog originalnog prostora.

Danijela Karaklić, Danilo Rapaić, Nebojša M. Ralević

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

FAZI TOPOLOGIJA INTERVALNIH FAZI SKUPOVA

Apstrakt

Istorijski gledano prvi pokušaj definisanja fazi topologije izveo je Chang daleke 1968. godine. Chang je uveo definiciju fazi topologije tako što je direktno uopštio definiciju klasične topologije, koristeći umesto "crisp" skupova fazi skupove, tj. njihove funkcije pripadanja. Kako se pojedine osobine koje važe u klasičnoj topologiji nisu mogle dokazati u fazi topologiji definisanoj na ovaj način, vrlo brzo su izvršene izvesne modifikacije date Chang-ove definicije fazi topologije. Takođe su nastajale i nove definicije koje su uzimale u obzir i fazi skupove definisane na mrežama. Loven je modifikovao datu Chang-ovu definiciju, proglašavajući sve konstantne funkcije pripadanja u $[0, 1]$ takođe elementima fazi topologije, za razliku od Chang-a, koji je jedino funkcije pripadanja praznog i univerzalnog skupa smatrao elementima fazi topologije. Chang-ova fazi topologija je kasnije nazvana kvazi fazi topologijom. Loven uvodi preslikavanja koja zadovoljavaju određene osobine, koja predstavljaju vezu između klasične topologije

i fazi topologije, pa se uz pomoć tih preslikavanja datoj topologiji definisanoj u klasičnom smislu pridružuje neka odgovarajuća fazi topologija.

Kasnije se u radovima razvila i ideja o stepenu otvorenosti fazi skupa, tj. određenom funkcijom se svakoj od funkcija pripadanja dodeljuje neki broj iz interevala $[0, 1]$. Taj broj predstavlja stepen otvorenosti datog fazi skupa. Funkcija dodele stepena otvorenosti fazi skupa i univerzalni skup, zajedno čine fazi topologiju. Prvobitna definicija fazi topologije, koja je zadata stepenom otvorenosti fazi skupa, je takođe modifikovana, tj. promenjeni su neki od uslova u definiciji i data je egzaktnija veza između preseka i proizvoljne unije fazi skupova.

Inspirisani pomenutim definicijama, mi razmatramo definiciju fazi topologije i neke osobine za druge tipove fazi skupova, konkretno za intervalne fazi skupove.

Miodrag Spalević

Faculty of Mechanical Engineering Belgrade

ESTIMATING THE ERROR OF GAUSSIAN QUADRATURES BY USING THEIR EXTENSIONS

Abstract

The estimation of the error in a quadrature formula is an important problem. A simple and effective procedure for estimating the error of Gaussian quadrature formulas using their extensions with multiple nodes will be presented. Our method works for estimating the error of any interpolatory quadrature formula with simple or multiple nodes. We concentrate the most of our attention to the estimation of the error of standard Gauss quadratures, as the most known and popular ones. In that sense we offer an adequate alternative to Gauss-Kronrod quadratures, which have been intensively investigated in the last 5 decades, both from the theoretical and computational point of view.

Branko Dragović

Institute of Physics, University of Belgrade and Mathematical Institute
SANU, Belgrade, Serbia

ULTRAMETRICS IN THE GENETIC CODE

Abstract

From the mathematical point of view, the genetic code is a mapping from the set of 64 codons onto 20 amino acids and one stop signal. There is a huge number of such possible mappings, but in living systems there is practically one with a few dozen of slight modifications. The standard genetic code was experimentally deciphered in the mid-1960s and in 1979 was found another code in human mitochondria which is simpler than the standard one. According to the mitochondrial code an amino acid is coded by one, two or three codon doublets. Looking carefully in the table of the mitochondrial genetic code one can observe that between codons exists ultrametric distance and that those codons which are ultrametrically closer code the same or similar amino acid. Using p -adic distance (where $p = 5$ and 2), which is well known example of ultrametric (non-Archimedean) distance, we found the partition of the codon space just the same used in coding of the mitochondrial code. Other known genetic codes can be derived from the mitochondrial one by changing meaning of a few codons. In the case of the standard genetic code, four codons code three amino acids which differ with respect to the human mitochondrial code.

Recall that codons are composed of 3 ordered nucleotides and that there are 4 nucleotides (Cytosine, Adenine, Thymine(Uracil) and Guanine). Hence there are 64 codons. It can be viewed nucleotides as 4 letters (C, A, T(U), G) and codons as three-letter words. To apply p -adic distance to codons, we introduce 5-adic numbers with three non-zero digits, i.e. $c = n_0 + n_1 5 + n_2 5^2$, where digits n_0, n_1, n_2 are identified with nucleotides as follows: $C = 1, A = 2, T = U = 3, G = 4$. Ultrametricity of codons can be extended in a suitable way to amino acids. This ultrametric approach suggests an evolution of the genetic code: from 4 1-nucleotide codons to 16 2-nucleotide and then to 64 3-nucleotide codons.

In this contribution we give a review of ultrametricity in the genetic code with some new results, see, e.g. references [1-3].

References

- [1] B. Dragovich and A. Yu. Dragovich, “A p -adic model of DNA sequence and genetic code”, *p-Adic Numbers Ultrametric Anal. Appl.* **1** (2009) 34–41, [arXiv:q-bio/0607018 [q-bio.GN]].
- [2] B. Dragovich and A. Dragovich, “ p -Adic modelling of the genome and the genetic code“, *Computer J.* **53** (2010) 432–442, [arXiv:0707.3043 [q-bio.OT]].
- [3] B. Dragovich, “ p -Adic structure of the genetic code“, *NeuroQuantology* **9** (2011) 716–727, [arXiv:1202.2353v1 [q-bio.OT]].

Nežad Dukić

Univerzitet u Sarajevu, PMF, Odsjek za matematiku

Ilija Lalović

Univerzitet u Banjoj Luci, PMF, SP matematika i informatika

POREĐENJE EKSPRESIVNE MOĆI JEZIKA CSP FAMILIJE PO STRUKTURNOJ JEDNOSTAVNOST

Apstrakt

U ranijim istraživanjima je definisan *semantčki* pojam simetrije za mreže procesa specificiranih u jeziku CSP Hoare-a. Izučavano je postojanje simetričnih algoritama za nalaženje lidera u tim mrežama i pokazano je da ti algoritmi suštinski zavise od topologije mreže i od ulaznih (input) i izlaznih (output) čuvara (guards) u procesima. Sugerisano je korištenje problema elekcije kao moćnog kriterija za odredjivanje ekspresivne moći distribuiranih programskih jezika i pokazano je da ne postoji simetrična implementacija $CSP_{\mathcal{I} \cup \mathcal{O}}$ u $CSP_{\mathcal{I}}$ i $CSP_{\mathcal{I}}$ u CSP_{\emptyset} .

Ispitujući razna operaciona svojstva konkurentnih programskih jezika koja mogu biti iskorištena za separaciju jezika, postavili smo i riješili, metodom strukturne jednostavnosti (structural simplicity), problem dobivanja pomenutih ranijih rezultata o povećanju ekspresivne moći jezika dodavanjem ulaznih i izlaznih čuvara.

Marko Đukanović

Univerzitet u Banjoj Luci, Prirodno matematički fakultet, odsjek za matematiku i informatiku

JEDAN ALGORITAM ZA KONSTRUKCIJU GENERALIZOVANIH ANTI-GAUS KVADRATURA

Apstrakt

Generalizovana anti-Gaus kvadratura A_{n+k} je kvadratura kod koje je greška iste veličine kao Gausova kvadratura G_n ali suprotnog znaka na prostoru polinoma stepena ne većeg od $2n + 2k - 1$. Eksplicitne formule za konstrukciju ovih kvadratura su poznate za $k = 1, 2, 3$. U ovom radu prezentujemo algoritam za konstrukciju generalizovane anti-Gaus kvadrature i za slučaj $k > 3$.

Vidan Govedarica

Elektrotehnički fakultet, Istočno Sarajevo

Tatjana Mirković

Kosovska Mitrovica

Dušan Jokanović

Fakultet za proizvodnju i menadžment, Trebinje

VEZA WIRTINGEROVE NEJEDNAKOSTI I BESSELOVIH FUNKCIJA

Apstrakt

U radu su date Wirtingerove nejednakosti funkcije f neprekidnog tipa, $\int_0^{2\pi} f^2(x) dx \leq \int_0^{2\pi} f'^2(x) dx$, pri čemu je $f(0) = f(2\pi) = 0$ i $\int_0^{2\pi} f(x) dx = 0$. Dokazane su modifikacije ove nejednakosti u kojima figuriše operator prednje razlike, $\vec{\Delta}_t f(x) := f(x+t) - f(x)$, i njihova povezanost sa Beselovim funkcijama.

Milana Grbić

Prirodno matematički fakultet Banja Luka

**BIOINFORMATIČKE BAZE PODATAKA I ALGORITMI
KOJI SE KORISTE ZA PORAVNANJE SEKVENCI**

Apstrakt

Količina podataka koji se čuvaju u raznim bioinformatičkim bazama podataka širom svijeta raste velikom brzinom, pa pronalaženje određene sekvence ili njoj genetski bliskih sekvenci u bazi predstavlja računarski zahtjevan zadatak. U pozadini softverskih alata koji se koriste pri pretraživanju bioinformatičkih baza podataka stoje matematički zasnovani algoritmi. U ovom izlaganju biće predstavljene baze podataka u kojima se čuvaju genetske, proteinske i rnk sekvence, kao i algoritmi koji se koriste za poravnanje zadate sekvence sa sekvencama koje se nalaze u bazi.

Marko Bošković

Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Istočnom Sarajevu

Tomislav B. Šekara

Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu

Milan R. Rapaić

Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom sadu

Vidan Govedarica

Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Istočnom Sarajevu

**PRIMJENA PADEOVE APROKSIMACIJE ZA
DISKRETIZACIJU LINEARNIH STACIONARNIH SISTEMA**

Apstrakt

U radu će biti data primjena Padeove aproksimacije za diskretizaciju linearnih stacionarnih sistema (LSS). Biće izvršena adekvatna komparativna analiza kroz odgovarajuće primjere sa nekoliko drugih poznatih metoda

za diskretizaciju LSS. Biće pokazano da primjena ove metode omogućava smanjenje greške koja se pravi pri diskretizaciji LSS u odnosu na druge aproksimativne metode. Jedno od glavnih pitanja koja se moraju riješiti u procesu diskretizacije LSS su zadržavanje: fundamentalnih osobina polova i nula, pojačanja u stacionarnom stanju, vremenskog odziva na tipično de- jstvo, frekvencijskog odziva itd. Polovi sistema racionalne funkcije prenosa $G(s)$ reflektuju interne međuveze u sistemu i dominantno određuju njegovo dinamičko ponašanje. Nule reflektuju međuveze internih promjenljivih u sistemu sa njegovim ulazima i izlazima. Kod diskretizacije LSS, polovi S_k transformiu se iz s-domena u z-domen Z-transformacijom.

$$z = e^{sT}$$

gdje je T-period odabiranja. Transformacija (1) preslikava lijevu polu- ravan s-ravni u unutrašnjost jediničnog kruga z-ravni. Ovo znači da je sačuvana stabilnost diskretnog sistema racionalne funkcije prenosa $F(z)$ ako se svi polovi diskretnog sistema nalaze u jediničnom krugu. Nema, međutim, jednostavne i jednoznačne transformacije za preslikavanje nula kontinualnog sistema $G(s)$ u nule diskretnog sistema $F(z)$. Pozicija nula zavisi od upotrijebljenog kola za rekonstrukciju, perioda diskretizacije, tipa transformacije i aproksimacije, itd.

Radoslav Milošević

Filozofski fakultet, Pale

NEKE SPECIFIČNOSTI FORMALNOG JEZIKA

Apstrakt

Aritmetika u klasičnom smislu je nauka o brojevima i operacijama s bro-jevima. U ovome radu ćemo odvojiti formalnu aritmetičku teoriju koja se izgrađuje od sadržajne, tzv. metatorije pomoću koje se ona prva izgradnja vrši. Iako se matematičke teorije ne izgrađuju kao čiste formalne teorije, Aritmetiku ćemo tretirati kao formalnu teoriju. specifičnosti formalnog jezika aritmetike određuju sljedeća tri skupa:

1. skup osnovnih pojmova;
2. skup formula i

3. podskup skupa formula, tj. sistema aksioma, gdje postoji efektivan postupak kojim se za svaku formulu utvrđuje da li je aksioma aritmetike kao teorije zbog čega je aritmetika strogo deduktivna aksiomatska nauka.

Ovdje ćemo istaći neke specifičnosti kao jedan model formalizovanog aritmetičkog jezika koji zadovoljava uslove od (1) do (3), tj. izbor osnovnih pojmova i aksioma, a pravila izvođenja se ne naglašavaju posebno jer se predpostavlja da su oni obično poznati.

Ključne riječi: formalni, jezik, aritmetika, aksiome

Vesna Miletić

Filozofski fakultet Pale

Zoran Ljuboje

Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo

PRIMJENA NUMERIČKIH METODA PRI RJEŠAVANJU DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA KOJE OPISUJU FOTOREFRAKTIVNI EFEKAT

Apstrakt

U radu će biti analizirani primjeri iz fotorefraktivne optike tj. analiziraćemo neke aspekte fotorefraktivnog efekta koji je opisan diferencijalnim jednačinama koje se ne mogu riješiti analitički. Ovaj efekat se zasniva na četvorotalasnom miješanju laserskih zraka u u nekim kristalima, pri čemu neki od zraka formiraju difrakcionu rešetku, a neki se reflektuju od rešetke. Jednačine kojima je opisan efekat rješavaćemo različitim numeričkim metodama. Pokazaćemo kako u nestabilnom sistemu izabrana metoda može uticati na tačnost rješenja. Konkretno, računaćemo zavisnost reflektovanog od upadnog zraka svjetlosti. Problemi će biti rješavani tako što ćemo konkretne fizičke veličine uzimati kao funkcije realnih vrijednosti, a zatim kao funkcije kompleksnih vrijednosti.

Vladimir Filipović
Matematički fakultet, Beograd

Aleksandar Kartelj
Matematički fakultet, Beograd

Dragan Matić
Prirodno- matematički fakultet, Banja Luka

**PRIMENA KEŠIRANJA U METAHEURISTICI
ZASNOVANOJ NA ELEKTROMAGNETIZMU**

Apstrakt

Metaheuristika zasnovana na elektromagnetizmu je populaciona optimizaciona tehnika za kombinatornu i globalnu optimizaciju. Inspirisana je zakonitostima privlačenja i odbijanja naelektrisanih čestica. Populacija se sastoji iz jedinki, gde svaka jedinka predstavlja jedno potencijalno rešenje posmatranog problema. Jedinke koje daju bolja rešenja dobijaju veće naelektrisanje i na taj način utiču sa većim intenzitetom na ostale EM jedinke. U radu se opisuje primena keširanja vrednosti za jedinke u metaheuristici zasnovanoj na elektromagnetizmu, te razmatraju dobijeni rezultati sa stanovišta kvaliteta dobijenog rešenja i sa stanovišta brzine izvršavanja metaheuristike.

Gordana Laštovička-Medin
Faculty of Science and Mathematics, University of Montenegro

NOTHING

Abstract

It is easy to dismiss the concept of nothing as well, nothing. In fact nothing is everything to science. Did everything come from nothing? This paper is a tangled story of two zeros: as a symbol to represent nothing, and zero as a number that can be used in calculation and has its own mathematical properties. They are not the same. We got different views just by asking different questions. This paper considers the concept of zero from the point of mathematics and from the point of physics.

Stevo Borojević

Mašinski fakultet, Univerzitet u Banjaluci

Dragan Matić

Prirodno-matematičkih fakultet, Univerzitet u Banjaluci

**PREGLED HEURISTIČKIH METODA ZA RJEŠAVANJE
PROBLEMA PLANIRANJA TEHNOLOŠKIH OPERACIJA
MAŠINSKE OBRADNE PRIZMATIČNIH RADNIH
PREDMETA**

Apstrakt

Projektovanje tehnoloških procesa mašinske obrade prizmatičnih dijelova podrazumijeva interpretaciju podataka o projektovanju u svrhu određivanja redoslijeda operacija i zahvata obrade za izradu dijela, definisanje tehnoloških resursa i parametara obrade, proračun ukupnog vremena i troškova obrade dijela, kao i generisanje tehnološke dokumentacije. S obzirom na kompleksnost ovog zadatka, egzaktnim metodama se mogu rješavati samo problemi veoma malih dimenzija, dok se za rješavanje problema koji se obično sreću u praksi moraju koristiti drugi pristupi, koji najčešće koriste tehnike vještačke inteligencije i aproksimativne algoritme. U ovom radu je prikazan pregled heurističkih metoda za rješavanje ovog problema, a predstavljeni su i neki eksperimentalni rezultati dobijeni primjenom heurističkih metoda na konkretne probleme iz prakse.

Gordana Laštovička-Medin

Faculty of Science and Mathematics, University of Montenegro

**IS UNIVERSE MADE OF MATH OR IT IS MADE OF
MATTER?**

Abstract

Defining reality is not easy job. Does the intriguing fact that the natural world is so well described by mathematics is telling to us something profound? Is everything made of number? What is the physical existence

of numbers at all? Are the physical existence and mathematical existence the same? Does consciousness create reality? When Einstein refused to believe in what his equations said to him, how did Einsteins equations know that universe is expanding and he did not? This paper scientifically and philosophically approaching those questions reviewing thoughts that were disseminated through history.

Gordana Laštovička-Medin

Faculty of Science and Mathematics, University of Montenegro

Jela Šušić

Faculty of Science and Mathematics, University of Montenegro

**INTRIGUING COMPLEX NUMBERS: WHY MATTER IS
NATURALLY DESCRIBED BY COMPLEX NUMBERS
RATHER THAN BY REAL NUMBERS**

Abstract

In theory of complex numbers students are introduced to the complex numbers. But do they really understand the concept behind the complex number and its physical co-existence with matter? In science lessons we frequently use complex numbers: in theory of electric circuits, in quantum theory etc. But do students or those who teach students really understand the idea behind this interplay of math and physics. What is physical existence of complex numbers? Why real-life quantities are naturally described by complex numbers rather than real numbers; why quantities that describe matter, though they're described by real numbers, are nevertheless best understood through the mathematics of complex numbers? This paper deals with those questions.

Zoran Ljuboje

Elektrotehnički fakultet Istočno Sarajevo

ANALIZA FUNKCIONISANJA FOTOREFRAKTIVNIH OGLEDALA SA PRIMJERIMA

Apstrakt

Fotorefraktivni oscilatori, odnosno fotorefraktivna ogledala funkcionišu na osnovu fotorefraktivnog efekta. Ovaj efekat se zasniva na promjeni indeksa prelamanja nekih kristala pod dejstvom koherentne svjetlosti, tj. kada se fotorefraktivni kristali osvjetle sa jednim ili dva laserska zraka. Pri tome se u kristalu formira difrakciona rešetka na kojoj dolazi do difrakcije dodatnih laserskih zraka. Kod ovih ogledala javlja se optička fazna konjugacija (FK) pri čemu istovremeno dolazi do obrtanje faze i smjera prostiranja svjetlosnog talasa. Za razliku od refleksije kod običnog ogledala, reflektovani zrak se vraća istim putem upadnog zraka na kristal. Fotorefraktivna ogledala se dijele u dvije grupe: sa jednim upadnim zrakom i sa dva upadna zraka. Kod nekih se koriste i vanjska obična ogledala. U radu će biti analizirana dva primjera ogledala sa dva upadna zraka i to: tzv. dvostrukofazno konjugovano ogledalo (DFKO) i tzv. sprezač nekoherentnih zraka (SNZ). Funkcionisanje ogledala opisuje se složenim diferencijalnim jednačinama pri čemu će se matematička analiza zasnivati na tzv. metodi difrakcionog dejstva, a i na numeričkim proračunima. Takođe, biće objašnjene i izračunate osnovne karakteristike ova dva fotorefraktivna ogledala kao što su prag oscilovanja, pronalaženje stabilne tačke rada, refleksija svjetlosti itd.

Milanka Gardašević-Filipović

Visoka tehnološka škola strukovnih studija Arandjelovac

**NUMERIČKE METODE ZA REŠAVANJE KONVEKSNIH
NEDIFERENCIJABILNIH OPTIMIZACIONIH PROBLEMA**

Apstrakt

Istorija nediferencijabilne optimizacije je relativno kratka. Teorija neglatke optimizacije počela je da se razvija najpre za konveksne funkcije, pa su se prve numeričke metode pojavile šezdesetih godina dvadesetog veka upravo za tu klasu funkcija. Cilj ovog rada je da se, pre svega, predstavje poznati rezultati iz ove oblasti, a to su tri osnovne klase metoda: subgradijentne metode, osnovna bundle metoda, kao i metode zasnovane na regularizaciji tipa Moreau-Yosida. Potom su izloženi i rezultati koji predstavljaju originalan naučni doprinos u ovoj oblasti.

Huse Fatkić

University of Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering Sarajevo, BiH

Jasmina Fatkić

University of Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering Sarajevo, BiH

Mehmed Brkić

University of Sarajevo, Faculty of Electrical Engineering Sarajevo, BiH

**ON THE VARIOUS NOTIONS OF RECURRENCE FOR
SOME CLASSES OF NONSINGULAR TRANSFORMATIONS**

Abstract

We study the various notions of recurrence for some classes of nonsingular (probability preserving or infinite measure preserving) transformations (invariant, conservative, ergodic, weak mixing, (strongly) mixing). One of the central topics in ergodic theory and dynamical systems is that of recurrence, which is a circle of results concerning how points in measurable

dynamical systems return close to themselves under iteration. In this paper, we consider six types of recurrent behavior (exact recurrence, Poincare recurrence, coherent recurrence, strictly coherent recurrence, multiple recurrence and polynomial recurrence) for some classes of nonsingular transformations. The second of these holds for all weakly mixing transformations (and so for all classes of weakly/strongly mixing dynamical systems with discrete time) by virtue of the fact that they are measure-preserving. Poincare had shown that almost all points in a space subject to a measure-preserving transformation return over and over again to positions arbitrarily close to their original position. However, P. Johnson and A. Sklar in [J. Math. Anal. Appl. 54 (1976), no. 3, 752-771] regard the third type (coherent recurrence) as being of at least equal physical significance, and this type of recurrence fails for v Chebyšev polynomials. They also found that there is considerable evidence to support a conjecture that no strongly mixing transformation can exhibit coherent recurrence. (This conjecture has been proved by R. E. Rice in [Aequationes Math. 17 (1978), no. 1, 104-108].) In regard to this, effort is made to investigate various notions of recurrence for nonsingular transformations, since ergodic (and even weakly mixing) transformations represent the "majority" of all measure-preserving transformations. Continuing the work begun by P. Johnson and A. Sklar, in this work we complement the mentioned result due to R. E. Rice, and also improve a result of Huse Fatkić, Mehmed Brkić, and Hana Fatkić [Recurrence under Iteration for Some Classes of Measurability-preserving Dynamical Systems, The Third Mathematical Conference of Republic of Srpska-Section of Applied Mathematics, Trebinje, Bosnia and Herzegovina, 06/2013].

Miroslav Pranić

Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Banjoj Luci

**APROKSIMACIJE KVAZI-DEFINITNIH LINEARNIH
FUNKCIONALA POMOĆU GAUSOVIH KVADRATURA**

Apstrakt

Klasične Gausove kvadrature se mogu posmatrati kao sredstvo za aproksimaciju pozitivno definitnih linearnih funkcionala. Pokazaćemo kako se

pomenuti koncept može uopštiti da bi se koristio za aproksimaciju linearnih funkcionala koji nisu pozitivno definitni. Uopštene Gausove kvadrature su tijesno povezane sa trodijagonalnim matricama i ortogonalnim polinomima.

Tatjana Zec

Prirodno- matematički fakultet, Banja Luka

GENERALISANE ANTI-GAUS KVADRATURE SA KLASIČNIM TEŽINSKIM FUNKCIJAMA

Apstrakt

Anti-Gausove kvadrature formule predstavljaju pravila a aproksimaciju integrala pomoću $n + k$ čvorova, kod kojih je greška aproksimacije ista po veličini, ali suprotnog predznaka od greške Gausove kvadrature formule sa n čvorova na prostoru polinoma stepena ne većeg od $2n + 2k - 1$.

Poznati su uslovi kada anti-Gausove kvadrature sa klasičnim težinskim funkcijama za $k = 1$ zadržavaju najbitnije osobine Gausovih kvadratura (tj. linearni funkcionali koji ih definišu ostaju pozitivno definitni). U ovom radu izvodimo odgovarajuće uslove za $k = 2, 3$.

Duško Parezanović

Gimnazija, 13. Septembar 58, 32250 Ivanjica, Serbia

Dragan Vidaković

Gimnazija, 13. Septembar 58, 32250 Ivanjica, Serbia

ZAŠTITA TAJNOSTI I INTEGRITETA PODATAKA

Apstrakt

U ovom radu ćemo prikazati kako se štite tajnost i integritet poruke mehanizmima kriptografije javnog ključa. Svrha je da se prikaže šta se dešava iza scene, kako u stvarnosti izgleda šifrat i digitalni potpis. Cilj je

da se pokaže da se poruke mogu i moraju štiti domaćim softverom, da je to jedina prava zaštita, a glavna namera je da se pospeši interes za kriptografiju, što se najbolje postiže izgradnjom sopstvenih softverskih alata i kodiranjem kriptografskih algoritama. Ključne reči: kriptografija javnog ključa, zaštita podataka, tajnost i integritet

Milan Vasiljević, Ivan Milanović

Filozofski fakultet u Istočnom Sarajevu

Prof. dr Milorad K. Banjanin

Filozofski fakultet u Istočnom Sarajevu

ONTOLOŠKA ANALIZA SEMANTIČKE KOREKTNOSTI HIPINENOVE JEDNAČINE NAUČNOG ZNANJA

Apstrakt

Tradicionalnu, trodijelnu definiciju znanja Risto Hilpinen predstavio je jednačinom $K_a p = p \ \& \ B_a p \ \& \ E_a p$, koristeći operatore modalne logike, koja se tumači na sledeći način: subjekat saznanja a zna neko p ($K_a p$) ako i samo ako je to p istinito (p) i a vjeruje u p ($B_a p$) i a ima adekvatne dokaze za p ($E_a p$). U ovom radu su sa ontološkog aspekta posmatrane veličine koje figurišu u navedenoj jednačini, ispitani su uslovi koje znanje mora da ispunjava da bi se moglo okarakterisati kao naučno, dok je posebno akcenat stavljen na sematičku korektnost date jednačine koja je provjerena direktnim uvrštavanjem vrijednosti nepoznatih veličina. Ključne riječi: znanje, naučno znanje, Hilpinenova jednačina, ontologija, semantička korektnost

SEKCIJA ZA VJEROVATNOĆU I STATISTIKU

Tatjana Bajić

Higher Education School of Professional Studies for Preschool
Teachers, Dobropoljska 5, 15 000 Šabac, Serbia

ON THE DISCRETIZATION OF ONE FORM OF THE MULTIPLE INTEGRAL VIA MOMENT MATCHING

Abstract

The connection between the multiple Wiener integrals and the Hermite polynomials is well known. Keeping that in mind, we consider stochastic integral with respect to an arbitrary Gaussian orthogonal stochastic measure. Using the moment matching idea and the Gauss-Hermite quadrature rule, we prove that one form of multiple integral with respect to a product of finite positive measure, defined on the Borel sigma-field of $[0, +)$, can be discretized. **Keywords and Phrases:** Hermite polynomials, Gaussian measures, Gauss-Hermite quadrature, stochastic integrals, moment matching, multiple integrals

Huse Fatkić

Faculty of Electrical Engineering, University of Sarajevo

Berina Fatkić

Faculty of Science, University of Sarajevo

Vedran Karahodžić

Faculty of Electrical Engineering, University of Sarajevo

ON GENERALIZED HARMONIC DIAMETERS AND SOME CLASSES OF MEASURE-PRESERVING TRANSFORMATIONS

Abstract

In this paper, we investigate metric properties and dispersive effects of some classes of measure-preserving transformations on general metric spaces endowed with a probability measure; in particular, we investigate

connections with the theory of generalized harmonic (α -harmonic, $\alpha > 0$) diameters of order k ($k = 2, 3, \dots$) on general metric spaces (X, d) . In the classical case, when $\alpha = 1$, $X = R^3$, d the Euclidean metric on R^3 , and A is a compact subset of X , the harmonic diameter of the order k of the set A , has a simple physical interpretation. Continuing the work begun (for strongly mixing) by R. E. Rice [On mixing transformations, *Aequationes Math.* 17 (1978), 104–108] and (for weakly mixing) by C. Sempì [On weakly mixing transformations on metric spaces, *Rad. Mat.* 1(1985), 3–7], in this work we complement the results due to B. Fatkić v, J. Fatkić, A. Čolaković, H. Fatkić [Dispersion under Iteration of Transformations in Some Classes of Discrete Time Dynamical Systems, Third Mathematical Conference of Republic of Srpska, 06/2013] and also improve a result of H. Fatkić and M. Brkić [Strongly mixing transformations and geometric diameters, *Sarajevo J. Math.* 8 (21) (2012), no. 2, 245–257].

Slobodan Sekulović

Hot Springs National Park, Arkansas, USA

Hana Fatkić

Department for Computer Science and Informatics, Faculty of Electrical Engineering, University of Sarajevo, BiH

ON SOME ELEMENTS OF THE THEORY OF COMPOSITE INDEX NUMBERS

Abstract

In this paper we investigate the notions and the properties of three Composite index numbers (Composite indices are unweighted price indices (UPI) designed for monitoring the general price-level movements of an industry, or a part of it): (i) Average Base Index (ABI), (ii) Average Chain Index (ACI), and (iii) Arithmetic Mean of Relative - Variation Price Relatives (ARVPR). The exposition goes to the extent from which further evolution of the said indices becomes interwoven with the evolution of the concept named The Complete or Total Coefficient of Aggregate Demand Elasticity ([S. Sekulović, *Economic Analysis and Worker's Management* 23(1989)2; 24 (1990), 4; 25 (1991), 2]). In the that respect, we define said indices

on the set of real numbers, partly in normed vector space, we analyse their complex structure which springs from the relative-variation price relatives, and establish their dependability (j) from the perspective of their end-use domain, and (jj) in terms of meeting the mathematical tests: the time-reversal test (ABI & ACI are reversible) and the cyclical or circular test. The results presented in this paper extend and/or complement the results presented by Blažić (see [Miloš R. Blažić, Opšta Statistika - Osnovi i Analiza, Savremena Administracija, Beograd,1977], pp. 187-192).

**SEKCIJA ZA LOGIKU I FILOZOFIJU
MATEMATIKE**

Kosta Došen

Matematički institut i Filozofski fakultet Beograd, Srbija

CONSEQUENCE RELATIONS AND DEDUCTIONS GRAPHS

Abstract

Consequence is usually supposed to be a relation between sets of formulae, taken conjunctively, and formula (though, as shown by Gentzen, in classical logic we should better deal with a relation between sets of formulae, taken conjunctively, and other sets of formulae, taken disjunctively, which permits the Boolean dualities to appear clearly). In general proof theory, where we investigate identity of deductions, to eschew triviality, deductions should not make a relation, but should be like arrows in a directed graph, which happens to be a category. If, by analogy to what we have with consequence, we conceive of premises in deductions as collected into sets, instead of sequences (as in Gentzen's sequents), this may however lead to triviality. In classical and intuitionistic logic, any two deductions with the same premises and the same conclusions become equal, and we are back to relations. In terms of categorial proof theory, this follows from a simple fact concerning adjunction with a full and faithful functor applied to the adjunction between the diagonal functor and the product bifunctor, which corresponds to the conjunction connective.

Slobodan Vujosević

University of Montenegro, Faculty of Natural Sciences and Mathematics

ON GÖDEL'S ALTERNATIVE

Abstract

In his alternative that *the human mind infinitely surpasses the powers of any finite machine, or else there exist absolutely unsolvable diophantine problems* Gödel did not exclude the possibility that both terms of the alternative are true.

Predrag Tanović

Matematički institut SANU i Matematički fakultet Beograd, Srbija

Dejan Ilić

Saobraćajni fakultet, Beograd, Srbija

Slavko Moconja

Matematički fakultet Beograd, Srbija

LINEARNA UREĐENJA SA KONVEKSNIM RELACIJAMA EKVIVALENCIJE

Apstrakt

Tema predavanja su definabilni skupovi u strukturama $(L, <, U_i, E_j)_{i \in I, j \in J}$, gde su U_i unarne relacije i E_j relacije ekvivalencije sa konveksnim klasama na linearnom uređenju $(L, <)$.

Slavko Moconja

Matematički fakultet Beograd, Srbija

Dejan Ilić

Saobraćajni fakultet, Beograd, Srbija

Predrag Tanović

Matematički institut SANU i Matematički fakultet Beograd, Srbija

LINEARNA UREĐENJA SA UNARNIM RELACIJAMA I KONVEKSNIM RELACIJAMA EKVIVALENCIJE

Apstrakt

Neka je $(M, <, \dots)$ linearno uređenje sa dodatnim unarnim relacijama i konveksnim relacijama ekvivalencije u jeziku \mathcal{L} . Daćemo opis definabilnih skupova.

Teorema. Svaki definabilan (sa parametrima) podskup $D \subset M$ je bulova kombinacija:

- \mathcal{L} -definabilnih skupova;

- klasa konveksnih \mathcal{L} -definabilnih relacija ekvivalencije;
- intervala $(a, +\infty)$ i $[a, +\infty)$.

Posledica ove teoreme (i njenog dokaza) su, izmedju ostalih, i Rubinovi rezultati iz 1974. godine.

Nenad Vesić

Faculty of Natural Sciences and Mathematics, Niš

ANSWERS ON QUESTIONS WITH EXACT PRECISIONS

Abstract

This paper shatters preconceptions about mathematics as a theoretical and life useless science only. It presents possibilities of mathematics to give answers on questions about health based onto simple mathematical operations as addition, fraction, squaring and square rooting trough an abstract method. This method helps people to understand what really happens with their health without complicate medical knowledges and explanations. At the end of the paper, it is presented an example of a data analyzis in a case when statistics are useless what may be useful for medical professionals.

Key words: estimate, expectation, result, graphic

Miloš Kurilić

University of Novi Sad, Department for Mathematics and Informatics

Boriša Kuzeljević

Mathematical Institute SANU

STRONG AMALGAMATION PROPERTY

Abstract

For a relational structure \mathbb{X} we denote by $\mathbb{P}(\mathbb{X})$ the set of all isomorphic copies of \mathbb{X} inside \mathbb{X} . So $\mathbb{P}(\mathbb{X}) = \{A \subset \mathbb{X} : A \cong \mathbb{X}\}$. In this talk we provide a general construction of countable relational structures whose age satisfies the strong amalgamation property (SAP). Using this construction we show

that for any countable relational structure \mathbb{X} whose age satisfies SAP and every compact nowhere dense set $K \subset \mathbb{R}$ whose minimum is non-isolated there is a maximal chain in the poset $\mathbb{P}(\mathbb{X}) \cup \{\emptyset\}$ whose order type is the same as the order type of K . We also formulate another equivalent of the strong amalgamation property.

Vladimir Drekalović

Filozofski fakultet, Nikšić

O JEDNOM ARGUMENTU MATEMATIČKOG PLATONIZMA

Apstrakt

Postojanje matematičkih objekata je značajna tema kojom se bavi filozofija matematike. Saglasno platonističkoj poziciji, o takvoj vrsti postojanja možemo osnovano govoriti na osnovu više razloga. Jedan od njih je takozvani argument neizostavnosti (indispensability argument). Prvi put ga je eksplicitno formulisao Putnam 1971. godine u svojoj knjizi Filozofija logike. Od tada pa do danas Argument je doživio izvjesnu promjenu. Ona je posljedica šireg razmatranja uloge koju matematika ima u empirijskim naukama. Nije sigurno da je ta promjena ojačala platonističku poziciju. Naprotiv, čini se da je stvoren novi prostor za primjedbe na koje platonizam tek treba da odgovori.

**SEKCIJA ZA ISTORIJU I NASTAVU
MATEMATIKE**

Aleksandar Nikolić

Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

MATEMATIČKE INSTITUCIJE U SRBIJI IZMEDJU DVA SVETSKA RATA

Apstrakt

Period između dva svetska rata jeste period intenzivnog rada članova Matematičkog seminara i institucionalizacije Petrovićeve matematičke škole kao korena celokupnog razvoja matematike u Srbiji. Najznačajniji trenuci tog perioda su dolazak u Srbiju ruskih matematičara Nikole Saltikova i Antona Bilimoviča i njihova aktivnost na Univerzitetu i Matematičkom seminaru, odbranjene doktorske teze kasnije proslavljenih matematičara Tadije Pejovića, Radivoja Kavsanina, Jovana Karamate, Miloša Radojčića, Dragoslava Mitrinovića, Vojislava Avakumovića. Ključna institucija koja je obeležila razvoj matematike u tom periodu bio je Matematički seminar na čiji rad su podjednako uticali Srpska kraljevska akademija i Beogradski Univerzitet. Seminar je posle Drugog svetskog rata nastavio rad pod imenom Matematički institut i postao vodeća matematička institucija u Srbiji.

Radoje Šćepanović

Prirodno-matematički fakultet Podgorica

GRANIČNI SLUČAJEVI NEJEDNAKOSTI I NJIHOVA PRIMJENA U RJEŠAVANJU ZADATAKA

Apstrakt

U radu se razmatraju granični slučajevi nejednakosti, na primjer:

$$|a + b| = |a| + |b|, |a - b| = |a| - |b|, |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|,$$

$$|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|, |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|, |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|,$$

$$AB + BC = AC, \sqrt{ab} = \frac{a + b}{2} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}, \dots$$

Navode se primjene u rješavanju jednačina, nejednačina i ekstremnih vrijednosti u školskoj matematici.

Darko Drakulić

Department for Mathematics, Computer Science and Physics, University of East Sarajevo, Bosnia and Herzegovina

Matthias Ehmann

Department of Mathematics, University of Bayreuth, Germany

Carsten Miller

Department of Mathematics, University of Bayreuth, Germany

Alfred Wassermann

Department of Mathematics, University of Bayreuth, Germany

SKETCHOMETRY - A NEW INTERACTIVE GEOMETRY TOOL FOR MULTI-TOUCH DEVICES

Abstract

The most popular concepts of e-learning were distance learning and MOOC (massive open online course) systems, but in the last years mobile learning becomes the main form of e-learning. The concept of mobile learning is very clear - students need to learn from any place, at any time, on any device. The most suitable devices for mobile learning are touch-sensitive devices, such as touch-screens, tablets and mobile phones. They are very compact - they have a very small size and weight and relatively small price. Interactive geometry systems have a very important role in development of mathematical materials, but there are many technical challenges for interactive geometry systems - most of them require Java and Java does not work on tablet platforms. The second challenge for interactive geometry systems for mobile learning is different hardware and software input standards for touch-sensitive devices. Lately, mouse becomes obsolete device - children grow up with touch devices and they do not know how to use mouse, they use a new "hardware device" - a finger. All popular interactive geometry systems are designed for work with keyboard and mouse -

they have a toolbar with icons and user need to click (or touch) on appropriate icon. This approach is not suitable and intuitive for the touch devices. Sketchometry (www.sketchometry.org) is revolutionary geometry tool - user can make constructions from sketches instead of classical way. In this paper, we will present main concepts of Sketchometry tool and plans for its further development.

Ljubica Diković

Visoka poslovno-thenička škola strukovnih studija, Užice, R Srbija

GRAFIČKI PRISTUP POJMU NEPREKIDNOSTI FUNKCIJA PRIMENOM E-TEHNOLOGIJA

Apstrakt

Nastava matematike je složen, zahtevan i dinamičan proces koji u sebi sadrži mnogo više elemenata od predavanja /učenja, nastavnih metoda /sredstava, postavljanja pitanja /davanja odgovora, provere znanja, kao i veština međusobne komunikacije. Ako su najmerodavniji rezultati nastave, tada možemo primetiti da oni zavise i od toga u kojoj meri su profesori uspeli da prenesu svoj entuzijazam i inspiraciju na svoje studente ili učenike. U tom smislu, svaki profesor snosi ličnu odgovornost da primeni različite metode u raznovrsnim oblicima i pomoću raznovrsnih nastavnih sredstava kako bi ciljevi bili postignuti, a to su ohrabrivanje aktivnog angažovanja, promovisanje motivacije, odgovornosti, nezavisnosti, razvoj kreativnosti, udruživanje iskustava, kao i potrebnih veština za rešavanje zadataka. Naročita pažnja u ovom radu je usmerena na upotrebu e-tehnologije sa ciljem prezentovanja novih didaktičkih mogućnosti za aktivno istraživanje pojma neprekidnosti funkcija kao jednog od ključnih pojmova iz oblasti diferencijalnog računa. Posebno se naglašava grafička reprezentacija neprekidnosti kroz formu istraivačkog učenja u cilju jačanja kognitivne funkcije matematičkog mišljenja. Ključne reči: istraživačko učenje, višestruka reprezentacija, neprekidnost.

Milana Grbić, Tatjana Zec, Dragan Matić
Prirodno matematički fakultet ,Banja Luka

IZVEŠTAJ SA MANIFESTACIJE ”DANI MATEMATIKE”

Apstrakt

U ovom izlaganju prezentujemo izvještaj sa manifestacije ”Dani matematike”, koja je u oktobru mjesecu 2014. godine održana u Banjoj Luci. Manifestacija je održana pod pokroviteljstvom Ministarstva nauke i tehnologije Republike Srpske, u saradnji sa drugim naučno-obrazovnim ustanovama iz Banja Luke i Istočnog Sarajeva. Cilj manifestacije je popularizacija i promocija matematike kao fundamentalne nauke među širim slojevima društva, a posebno među učenicima osnovnih i srednjih škola. Veliko interesovanje i broj posjetilaca manifestacije ukazuju na potrebu za češćim organizovanjem ovog i sličnih događaja, ne samo u Banjoj Luci već i u drugim dijelovima zemlje.

Olivera Marković

Učiteljski fakultet Užice, Univerzitet u Kragujevcu, Srbija

Milenko T. Pikula

Filozofski fakultet Pale, Republika Srpska, Bosna i Hercegovina

Milorad D. Erić

Učiteljski fakultet Užice, Univerzitet u Kragujevcu, Srbija

MATEMATIČKE IGRE U OSNIVNOJ ŠKOLI

Apstrakt

U ovom radu analizirali smo i istakli značaj uvođenja matematičkih igara u nastavu matematike u osnovnoj školi. Uočili smo da se zadaci koji se odnose na matematičke igre pojavljuju, pre svega, na matematičkim takmičenjima pa su shodno tome prethodnih godina u nastavi prisutni prvenstveno na dodatnim časovima matematike. Međutim, mi smatramo da su ovi zadaci, koji već na prvi pogled odstupaju od standardnih zadataka

na koje su učenici navikli, upravo zbog svoje jednostavnosti u formulaciji i nesumnjive atraktivnosti i zanimljivosti, veoma pogodni da pobude motivaciju i podstaknu na rad i učenike koji imaju teškoće s učenjem matematike. Naveli smo i analizirali jedan broj zadataka iz ove oblasti kao ilustraciju ovakve tvrdnje. U radu je, takođe, istaknuta razlika između učenja matematike kroz igru i matematičkih igara kao primenjene discipline matematike koja se bavi problemima odlučivanja u konfliktnim situacijama.

Miloljub Albijanić

Univerzitet Singidunum

BEOGRADSKA MATEMATIČKA ŠKOLA

Apstrakt

U radu je prikazana matematička škola Mihaila Petrovića, poznata pod imenom Beogradska matematička škola. Tu školu osnovala je grupa koja je doktorirala matematičke nauke kod Petrovića. To su Tadija Pejović, Radivoje Kašanin, Jovan Karamata, Miloš Radojičić, Konstantin Orlov, Dragoslav Mitrinović, Vojislav Avakumović, Dragoljub Marković i dr. Ključne reči: Beogradska matematička škola

Milorad Šuković

OŠ "Sveti Sava" Aranđelovac

Zoran Lovren

OŠ "Sveti Sava" Aranđelovac

MATEMATIČKO MODELIRANJE. LINEARNA FUNKCIJA

Apstrakt

Prema važećim programima nastave matematike za osnovnu školu u Republici Srbiji, ciljevi nastave matematike, između ostalih, su:

- da učenici usvoje elementarna matematička znanja koja su potrebna za shvatanje pojava i zakonitosti u prirodi i društvu,

- ▶ da osposobi učenike za primenu usvojenih matematičkih znanja u rešavanju raznovrsnih zadataka iz životne prakse,
- ▶ sticanje osnovne matematičke kulture potrebne za sagledavanje uloge i primene matematike u različitim područjima čovekove delatnosti (matematičko modeliranje), za uspešno nastavljanje obrazovanja i uključivanje u rad.

Mirko Dejić

Učiteljski fakultet, Beograd

SRPSKI MONAH LAZAR TVORAC PRVOG MEHANIČKOG SATA U RUSIJI

Apstrakt

Danas se malo zna da je prvi mehanički sat, koji je krasio kulu Kremlja više od dva veka, konstruisao Srbin, monah Lazar Hilandarac, godine 1404. Nekoliko Letopisa, sačuvanih u Rusiji, svedoče o tome. U radu, pored samog događaja konstrukcije prvog mehaničkog sata u Rusiji opisanog u Letopisima, sagledavamo i kratak istorijat Rusije i Srbije u vreme Lazara, uzajamne veze ove dve zemlje, kao i razvoj mehaničkih satova u srednjem veku.

Savo Ćebić

Visoka tehnička škola strukovnih studija u Zrenjaninu

Mirko Dejić

Učiteljski fakultet, Beograd

MARYAM MIRZAKHANI prva žena dobitnica Fildsove medalje

Apstrakt

Na 7. Meunarodnom kongresu matematičara u Torontu 1924. prihvaćena je ideja kanadskog matematičara Dzona Fildsa da se matematičari

iz čitavog sveta nagrađuju za svoja dostignuća. Filds je pribavio početni kapital i posle njegove smrti (1932) prve medalje podeljene su na 10. Kongresu 1936. u Oslu. 1932. godine Filds je sastavio memorandum u kome je naveo da nagrada mora biti međunarodnog značaj i objektivna. Iako se sam Filds protivio tome da medalja nosi njegovo ime, nakon njegove smrti prihvaćeno je ime Fildsova medalja. Medalja i novčana nagrada koja se dobija ne dodeljuje se samo kao nagrada za uspešan naučni rad već, pre svega, sa namerom da se stimuliše aktivnost dotičnog matematičara i dalji razvoj istraživanja u matematici. Zbog toga se Fildsova medalja dodeljuje matematičarima koji nisu stariji od 40 godina. Fildsova medalja se smatra Nobelovom nagradom za matematiku. U početku je bilo predviđeno da se na svakom međunarodnom kongresu matematičara dodeljuju po dve medalje. Od 1936. do 1950. godine zbog Drugog svetskog rata nisu se dodeljivale. Zbog ogromnog interesovanja za matematička istraživanja odlučeno je da se od 1960. dodeljuju dve do četiri medalje. Nagradu dodeljuje Međunarodna matematička unija (osnovana na 6. Međunarodnom kongresu matematičara 1920. u Strazburu) pre početka Međunarodnog kongresa matematičara (Kongresi se održavaju svake četvrte godine). XXVII Međunarodni kongres matematičara održan je 2014. u Seulu, Južna Koreja, od 13. do 21. avgusta. Međunarodna matematička unija je dodelila četiri Fildsove medalje. Laureati su bili Artur Avila, Manjul Bhargava, Martin Haire i MARYAM MIRZAKHANI. Ovaj rad je priča o Maryam Mirzakhani (Teheran, 1977.), iranskoj matematičarki, prvoj žena dobitnici Fildsove medalje, najprestižnijeg svetskog priznanja u matematičkim naukama.

Mirko Radić

University of Gavle, Sweden

PRIMJENA TEORIJA O UČENJU U NASTAVI MATEMATIKE PRIMJER TEORIJE VARIJACIJE

Apstrakt

Otkada postoje oni koji uče i oni koji se uče, postojali su i pokušaji da se pronikne u tajnu kako ljudi uče i kako na efikasan način pomoći onima koji (se) uče. Ti pokušaji su dugo vremena bili manje-više sporadični i najčešće

bazirani na entuzijazmu pojedinaca. Diskusije, istraživanja, polemike i svi ostali načini da se pokuša odgonetnuti misterija učenja i podučavanja bi se grubo mogla podijeliti u tri nivoa: filozofski (naprimjer zašto ljudi uče?, odakle dolazi znanje? kao i razni -izmi), teoretski (npr razni pokušaji odgovora na pitanje kako efektivizovati učenje?) i praktični (kako pretočiti teorije o učenju u konkretne savjete i instrukcije koje bi nastavnici i učenici mogli koristiti u svrhu efektivizacije nastave). Ovdje ćemo ilustrovati na jednom primjeru kako se jedna konkretna teorije o učenju, u ovom slučaju Teorija varijacije, može primijeniti na praktičnom nivou u nastavi matematike, i to, prema mnogim istraživanjima, vrlo uspješno. Svijet oko nas kojeg vidimo svojim čulima je za nas realni svijet i zbog toga se nerijetko polazi od pretpostavke da i drugi ljudi vide svijet tačno onako kao što ga i mi vidimo. Međutim, mnoga empirijska istraživanja su pokazala da to nije tako. Naime, svaki fenomen (pojam, događaj, doživljaj,) se doživljava od različitih ljudi na različite načine. Tih, suštinski različitih, načina (prema pomenutim empirijskim studijama) je međutim uvijek ograničen broj, što omogućava da se na efikasan način može proučavati kako različiti ljudi doživljavaju i tumače jedan te isti fenomen. To i jeste polazna pretpostavka Fenomenografije, teorije o kategorizaciji različitih doživljavanja od strane različitih osoba jednog te istog fenomena ili pojedinog aspekta nekog fenomena. Može se reći da Fenomenografija pokušava da ustanovi koje su to suštinske razlike u shvatanju jednog fenomena od strane različitih osoba. Otac Fenomenografije je švedski psiholog i pedagog Ference Marton, koji je na početku 80-tih godina prošlog vijeka, nakon mnogih i dugoročnih empirijskih studija, udario temelje ovoj teoriji (ili možda manje pretenciozno rečeno, naučnoj kvalitativnoj metodi). Teorija varijacije je rezultat pokušaja da se osnovna teza Fenomenografije, tj teza da ljudi svaki pojedinačni fenomen (ili pojedinačni aspekt nekog fenomena) doživljavaju i tumače na konačno mnogo suštinski različitih načina, primjeni u nastavi. Ova teorija polazi od pretpostavke da postoji neraskidiva veza između podučavanja, nastave (nastavnikova perspektiva) i učenja (učenikova perspektiva). To znači da nastavnik uvijek mora da predaje o nečemu. U tu svrhu se prvo definiše objekt učenja (object of learning) koji može biti neki pojam ili neka (matematička)sposobnost koju nastavnik želi da razvije ili usavrši kod učenika. Prema Teoriji varijacije, svaki objekt učenja koji nastavnik planira da predaje u početku ima formu planiranog objekta učenja (intended object of learning), za vrijeme aktiviteta (interakcije nastavnik-

učenik, tokom npr časa) objekat učenja postaje doživljeni objekt učenja (enacted OL) i kao krajnji rezultat, ono šta su učenici (bilo kao pojedinci ili kao razred) naučili zaživljeni objekt učenja (lived OL). Prilikom pripremanja planiranog objekta učenja, nastavnik treba voditi računa o sljedećim aspektima teorije varijacije: razlučivanje (discerning), istovremenost (simultaneity) i varijacija (variation). Naime, svaki objekt učenja posjeduje konačan broj kritičnih aspekata (critical aspects) čije razumijevanje pomaže razumijevanju samog objekta učenja. Ti kritični aspekti treba da se prvo razluče (prepoznaju) jedan od drugog (discerning) a zatim da se stave u zajednički kontekst (simultaneity) što će tada pružiti priliku učeniku da razumije i usvoji taj objekat učenja. Kao oruđe za realizaciju koraka razlučivanja i istovremenosti, koristi se varijacija. Ustanovljena su četiri glavna šablona (mustre) varijacije koji se najčešće (u okviru Teorije varijacije) nazivaju kontrastiranje, generalizacija, separacija i sjedinjavanje (fuzija). Svaki od kritičnih aspekata jednog objekta učenja može se shvatiti kao jedna nova dimenzija tog objekta učenja. Davanjem raznih vrijednosti (kvantitativnih ili kvalitativnih) toj dimenziji (kritičnom aspektu) mi ostvarujemo varijaciju tog aspekta primjenjujući pri tome jedan od pomenuta četiri šablona, držeći pri tome ostale kritične aspekte nepromjenljivim (invarijantnim). Mnogi matematički pojmovi (objekti učenja) se u nastavi mogu (i trebaju) reprezentovati grafički (vizuelno) pa stoga, sa aspekta Teorije varijacije, veliki potencijal u unapređivanju i efektivizaciji nastave matematike leži u dinamičkom geometrijskom softveru (DGS). Mi ćemo ovdje dati nekoliko primjera kako se GeoGebra, kao jedan od DSG može primijeniti u stvaranju spomenutih varijacija u nastavi matematike.

Šefket Arslanagić

Univerzitet u Sarajevu, Prirodno-matematički fakultet

RJEŠAVANJE JEDNAČINA POMOĆU POZNATIH NEJEDNAKOSTI

Apstrakt

Rješavanje raznih vrsta jednačina je za većinu učenika oduvijek bio zanimljiv i drag posao. No, ako se radi npr. o iracionalnim jednačinama, to može za učenike (pa i studente, op. aut.) predstavljati problem jer se

nakon osobađanja od korjena dobije jednačina višeg stepena koju nije lako riješiti. U ovom članku ćemo pokazati kako se korištenjem poznate nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine za dva ili više pozitivnih brojeva, rješavanje takvih nezgodnih jednačina prilično pojednostavi. To ćemo demonstrirati kroz više raznih primjera.

Snježana Maksimović

Elektrotehnički fakultet, Banja Luka

Sandra Kosić- Jeremić

Arhitektonsko-građevinski fakultet, Banja Luka

Ivan-Vanja Boroja

Elektrotehnički fakultet, Banja Luka

**ZNAČAJ PRIPREMNE NASTAVE NA USPJEH U
POLAGANJU KVALIFIKACIONOG ISPITA I ISPITA IZ
MATEMATIKE 1 NA ELEKTROTEHNIČKOM FAKULTETU
U BANJOJ LUCI TOKOM 2013. I 2014. GODINE**

Apstrakt

U radu je analizirana značajnost prisustva pripremnoj nastavi za upis na Elektrotehnički fakultet u Banjoj Luci u odnosu na broj odslušanih časova. Kreiran je anketni upitnik koji su popunjavali primljeni kandidati, a sadržavao je opšte i podatke o pripremnoj nastavi, uspjehu na prijemnom ispitu, zadovoljstvu kandidata pripremnom nastavom i načinom pripremanja kvalifikacionog ispita, kao i uspjehu u polaganju predmeta Matematika 1 u prvom semestru. Na osnovu dobijenih odgovora i uspjeha na prijemnom ispitu izvršena je analiza efekata pripreme nastave i načina pripreme prijemnog ispita upisanih kandidata, kao i uticaj zaključnih ocjena iz matematike u srednjoj školi na uspjeh na prijemnom ispitu. Takođe je analiziran i uspjeh primljenih kandidata u polaganju kolokvijuma iz predmeta Matematika 1 u prvom semestru i razlike u uspjehu između kandidata koji su slušali pripremnju nastavu i onih koji nisu. Dobijeni rezultati su predstavljeni putem deskriptivne statistike i adekvatnih statističkih testova u analitičko-statističkom softverskom paketu SPSS.

Savo Ćebić

Visoka tehnička škola strukovnih studija u Zrenjaninu

Stevan Pujić

Mašinska škola, Pančevo

FORMALIZAM U NASTAVI MATEMATIKE

Apstrakt

Govoriti o formalizmu u nastavi veoma je teško iz dva osnovna razloga. Prvo, zbog toga što se proces nastave ne iscrpljuje u samom uticaju na učenikov intelektualni razvoj, zato što nastava nije samo proces sticanja znanja, veština i navika, nego je to vaspitno-obrazovni proces u kojem se učenik simultano i vaspitava i obrazuje. Govoriti o formalizmu u nastavi značilo bi, zapravo, govoriti o vaspitanju uopšte. Zaista, kada se ima u vidu celokupni nastavni proces, može se i mora se u podjednako meri govoriti o pojavi formalizma u sferi moralne, politehničke i estetske strane vaspitanja, kao i o formalizmu u području intelektualnog obrazovanja. Drugo, ako bismo hteli proučavati formalizam u intelektualnom obrazovanju učenika u celini, onda bismo morali voditi računa da se pod njim podrazumeva sticanje znanja kao i sticanje veština i navika. Namera nam je da se ograničimo, koliko je to moguće na formalizam u znanju učenika, tj. samo na jedan vid pojave formalizma u intelektualnom obrazovanju i u nastavi, a da ostavimo po strani proces formiranja veština i navika. Brojna ispitivanja, u vrlo različitim područjima znanja, dala su rezultate koji su vrlo porazni za školu, a koji pokazuju da oni koji završavaju osnovne i srednje škole poseduju znanja veoma slabog kvaliteta. Ta pojava se ne može pripisati samo faktoru zaborava. Uzroci su mnogo dublji. Jedan od glavnih je taj da se zadovoljavamo prividnim znanjem, jer smo se u početku zadovoljavali prividnim usvajanjem znanja. Opšta je ocena da nigde nema toliko formalizma kao u znanju matematike! Uzroke formalizma u znanju učenika potražićemo u: nastavnim planovima i programima, materijalnim prilikama u školi, ličnosti nastavnika, stručnoj spremi nastavnika, pedagoško-metodičkoj pripremljenosti nastavnika, kao i u samom učeniku.

Dragica Milinković
Pedagoški fakultet, Bjeljina

KOGNITIVNE DIMENZIJE UDŽBENIKA POČETNE NASTAVE MATEMATIKE

Apstrakt

Baveći se problematikom kvaliteta udžbenika s jedne, te ishodima učenja u nastavi matematike bazičnog školskog ciklusa s druge strane, nametnula se potreba evaluacije udžbenika s obzirom na njegove kognitivne dimenzije. Imajući u vidu prioritarnu ulogu udžbenika u izboru matematičkih sadržaja i, shodno tome, u učenju i poučavanju matematike u mlađim razredima osnovne škole, neophodno je njegove karakteristike uskladiti sa savremenim koncepcijama škole, obrazovanja i nastave. U tom smislu, akcentat je na sadržajnoj komponenti udžbenika koja treba da podstiče više nivoe složenosti kognitivnih procesa, odnosno da se odlikuje većom usmjerenošću ka razvijanju sposobnosti mišljenja, a manjom ka sticanju znanja. Kada je u pitanju udžbenik matematike za mlađe razrede osnovne škole, dominantna odrednica njegovog kvaliteta je kvantitet i kvalitet zadataka, što predstavlja polazište za empirijsku analizu u ovom radu. U tom kontekstu, istraživanje je orijentisano na utvrđivanje zastupljenosti modaliteta zadataka prema Blumovim dimenzijama kognitivnih procesa u aktuelnim udžbenicima matematike u Republici Srpskoj. U prvom dijelu rada daju se teorijska određenja revidirane Blumove taksonomije, razmatraju dimenzije saznavanja, prvenstveno procesi koji se koriste prilikom učenja i, shodno tome, navode moguće formulacije zahtjeva i primjeri zadataka za svaki nivo. Drugi dio rada orijentisan je na određenje metodoloških postavki istraživanja, te interpretaciju kvantitativnih i kvalitativnih pokazatelja dobijenih tehnikom analize sadržaja, koji ukazuju da se viši nivoi spoznaje nedovoljno podstiču u udžbenicima početne nastave matematike i upućuju na potrebu stručnog promišljanja pri oblikovanju udžbenika.

Aleksandra Mihajlović

Fakultet pedagoških nauka u Jagodini, Univerzitet u Kragujevcu

**REŠAVANJE TEKSTUALNIH PROBLEMSKIH ZADATAKA
U POČETNOJ NASTAVI MATEMATIKE NEKI PROBLEMI
I TEŠKOĆE**

Apstrakt

Rešavanje problemskih zadataka predstavlja jedan od najbitnih zadataka nastave matematike. Kroz rešavanje matematičkih problema razvijaju se misaone sposobnosti učenika, podstiče se logičko, kritičko i kreativno mišljenje, razvija se interesovanje učenika za matematiku i sl. Međutim, bez obzira na sve pozitivne efekte koje rešavanje problemskih zadataka ima, učitelji se, u svojoj nastavnoj praksi, ipak susreću sa određenim teškoćama i problemima u radu sa učenicima. Cilj našeg rada je da ukažemo na značaj rešavanja tekstualnih problemskih zadataka, na potencijalne probleme sa kojima se učitelji i učenici suočavaju prilikom procesa njihovog rešavanja, kao i na sposobnosti učenika koje su od značaja za uspešno rešavanje matematičkih problema.

STUDENSKA SEKCIJA

Mina Šekularac
Matematička gimnazija, Beograd
dr Aleksandar Pejčev
Mentor

REKURENTNI NIZOVI

Apstrakt

Područije istraživanja u ovom radu predstavljaju rekurentni nizovi. Nizovi kod kojih opšti član niza zavisi od svojih prethodnika nazivaju se rekurentni nizovi. Koncept u matematici i programiranju u kome ista funkcija poziva samu sebe, opet i opet, da bi se rešio neki problem naziva se rekurzija. Ova matematička operacija poznata je još od XII veka i pomoću nje su se rešavale razne zakonitosti u prirodi.

Aleksandar Plamenac
Prirodno-matematički fakultet, Podgorica
Vladimir Božović
Prirodno-matematički fakultet, Podgorica

PUT DO RJEŠENJA DIOFANTOVE REPREZENTACIJE PROSTOG BROJA

Apstrakt

Hilbertov deseti problem se odnosi na traženje algoritma koji u konačnom broju koraka utvrđuje da li cjelobrojna polinomijalna Diofantova jednačina ima cjelobrojno rješenje. Znamenita teorema Jurija Matijaševića je, nakon dugog traganja, konačno odgovorila da je to nemoguće. U svojim radovima, Matijašević je dokazao da je potreban i dovoljan uslov za postojanje rješenja sistema Diofantovih jednačina da jedna promjenljiva bude u skupu prostih brojeva. Koristeći Matijaševićeve rezultate, pokazaćemo da je skup prostih brojeva moguće rekurzivno numerisati, a predstavimo i Diofantovu reprezentaciju prostih brojeva. Akcenat ovog rada je na razvoju računarskog programa kojim se optimalno rješavaju određene klase Diofantovih jednačina.

Vesna Miletić

Filozofski fakultet, Pale

RJEŠAVANJE NELINERANIH JEDNAČINA U PROSTORU E^4

Apstrakt

U spektralnoj teoriji diferencijalnih operatora tipa Šturma-Liujvila važno mjesto pripada inverznim zadacima. Naime, ako su poznate neke spektralne karakteristike operatora, postavlja se pitanje da li one jednoznačno definišu operator. U ovom radu mi proučavamo segment vezan za inverzne spektralne zadatke klasičnog operatora tima Šturma-Liujvila.

Vladimir Došović

Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet, Katedra za astronomiju

KLIMATSKE PROMENE NA MARSU

Apstrakt

Numerički je ispitivana klima i njen uticaj na pomeranje i postojanje polarnih kapa na Marsu. Koristeći podatke za precesiju apsidne linije, promenu ekscentriciteta i precesiju nagiba ose praćena je promena srednje godišnje temperature. Modelirana je sfera koja predstavlja Mars čija površina je podeljena na preko 10 000 polja različitih dimenzija. Praćena je promena temperature, albeda i toplotnog kapaciteta na površini Marsa od sadašnjeg trenutka do 11 miliona godina u budućnost, i od sadašnjeg trenutka do 21 milion godina u prošlost. Praćenjem promene orbitalnih parametara Milankovićevim ciklusima određena je temperatura svakog polja u svakom koraku. Temperatura je posmatrana kao funkcija od insolacije koja na to polje pada sa Sunca. Usrednjavanjem srednje dnevne temperature tokom cele godine dobijena je srednja godišnja temperatura za svako polje na Marsu. Temperatura se menja u zavisnosti od temperature susednih polja, difuziono. U svakom koraku beležena je donja granica geografske širine koja je pokrivena ledom. Rezultati su pokazali da pojava

stalnih polarnih kapa odgovara trenutku naglog pada ose rotacije Marsa, i da istih do tada nije bilo ili su se pojavljivale u kratkim vremenskim periodima i spuštale se tek do nekih 75° geografske širine.

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна и универзитетска библиотека
Републике Српске, Бања Лука

51(048.3)

МАТЕМАТИЧКА конференција Републике Српске (5 ; 2015 ;
Требиње)

Knjiga rezimea / Peta matematička konferencija Republike
Srpske, Trebinje, 05-06. juni 2015. = Book of Abstracts / 5th
Mathematical Conference of the Republic of Srpska ; [glavni urednik
Milenko Pikula]. - Trebinje : Fakultet za proizvodnju i menadžment,
2015 (Trebinje : Grafokomerc). - 83 str. ; 30 cm

Tekst na srp. i engl. jeziku. - Tiraž 300. - Bibliografija uz pojedine
radove.

ISBN 978-99976-600-5-3

COBISS.RS-ID 5058328